

Kombinatorika a grafy III - 21.10. CV 2

Minory, stromová šířka a další mix

Příklad 1:

Graf G je sériově-paralelní, pokud ho lze získat následujícími dvěma operacemi z grafů s dvěma význačnými vrcholy J a S , začínající s hranou, jejíž konce jsou J a S .

- Paralelní spojení: z grafu G s J a S a z grafu G' s J' a S' vznikne graf identifikací J a J' a identifikací S a S' .
- Sériové spojení: z grafu G s J a S a z grafu G' s J' a S' vznikne graf identifikací S a J' .

Nechť G je 2-souvislý graf. Ukažte, že G je sériově-paralelní právě tehdy když neobsahuje K_4 jako minor.

Příklad 2:

Dokažte, že každý graf na n vrcholech s maximální nezávislou množinou velikosti nejvýše a obsahuje $K_{n/2a}$ jako minor.

Příklad 3:

Trojice vrcholů a, b a c je hvězdná, pokud existuje cesta P_{ab} z a do b , která se vyhne okolí vrcholu c , cesta P_{ac} z a do c , která se vyhne okolí vrcholu b , a cesta P_{bc} z b do c , která se vyhne okolí vrcholu a . Dokažte, že graf G je intervalový¹ právě tehdy, pokud je chordální² a nemá hvězdnou trojici vrcholů.

Příklad 4:

Ukažte (bez použití Courcellovy věty), že hamiltonovskost grafů omezené stromové šířky lze rozhodovat v lineárním čase.

Příklad 5:

Dokažte, že třetí vzdálenostní mocnina chordálního grafu je vždy chordální. Najděte příklad, že druhá mocnina chordální být nemusí.

¹Graf je *intervalový*, pokud je průnikovým grafem intervalů na přímce.

²Graf je *chordální*, pokud nemá žádnou indukovanou kružnici délky větší než 3.