

1 Grafy na plochách

Příklad 1:

Nakreslete K_7 na torus.

Nápověda:

Stačí to zkusit.

Řešení:

Příklad 2:

Dokažte, že K_7 nelze nakreslit na Kleinovu láhev.

Nápověda:

Zkus začít kreslit K_7 do roviny s opakováním vrcholů - je to obrázek, kde se udělá hexangulace roviny a do každé stěny se dá vrchol, který je spojený se vším.

Řešení:

Nejdřív se vypočte, že nakreslení na plochu rodu dva musí být triangulace. Kreslí se věc z nápovědy - je to triangulace. A ukáže se, že taková věc je orientovatelná, tudíž to nejde dát na Kleinovu láhev, která je neorientovatelná.

Příklad 3:

Které grafy $K_{n,n}$ lze nakreslit do projektivní roviny? Na torus? Na Kleinovu láhev?

Nápověda:

$K_{5,5}$ už nejde.

Řešení:

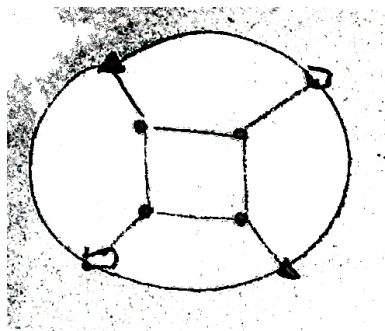
$K_{5,5}$ už nejde vyjít z toho, že nevyjde rod. $K_{4,4}$ jde nakreslit na torus, na Kleinovu láhev nevíme.

Příklad 4:

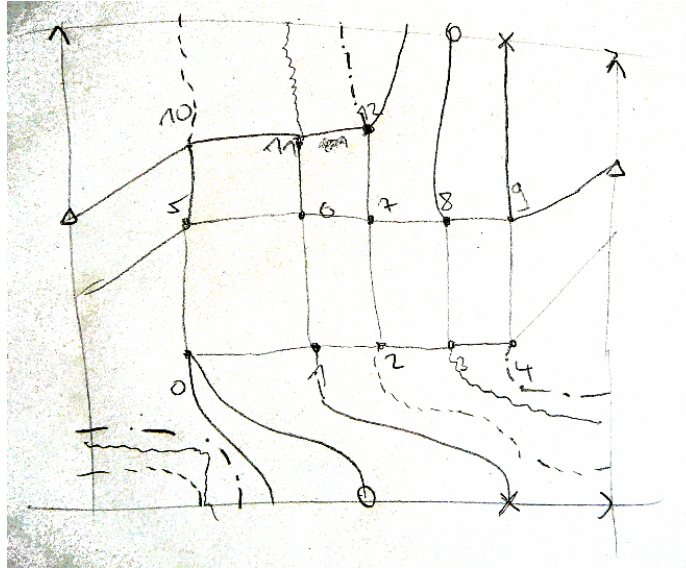
Nalezněte příklad grafu na toru a v projektivní rovině, jehož všechny stěny jsou 4-cykly a jehož barevnost je alespoň tři či alespoň čtyři.

Řešení:

Pro projektivní rovinu například K_4 . Nebo nějaká nebipartitní kvadrangulace.



Na toru například Cayleyho graf pro grupu Z_{13} s generátory 1 a 5.



Případně se nakreslí K_4 na torus a pak se dokvadranguluje.

Příklad 5:

Dokažte, že každý graf bez podrozdělení K_4 lze obarvit třemi barvami.

Nápověda:

Předbarvená kružnice jako začátek.

Řešení:

Graf je rovinný, začneme předbarvenou kružnicí (pokud není, je to strom) a postupně barvíme a postupujeme dovnitř. Když něco nejde obarvit, tak jsme našli podrozdělení K_4 .
