

Cvičení 12 - komplexní čísla

1) Spočítejte následující příklady

- $(5 - 6i) + (3 + 2i) =$
- $(4 - \frac{1}{2}i) - (9 + \frac{5}{2}i) =$
- $(2 + 5i)(4 - i) =$
- $(1 - 2i)(8 - 3i) =$
- $(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i) =$
- $\frac{3+2i}{3-2i} =$
- $i^3 =$
- $i^{100} =$
- $\frac{1+4i}{3+2i} =$
- $\frac{3+2i}{1-3i} =$
- $\frac{1}{1+i} =$
- $(3 - 2i)^{-1} =$

2) Dokažte, že pro komplexní číslo z platí

- $|z|^2 = z\bar{z}$
- $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$, pokud $z \neq 0$

3) S pomocí vzorce $e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)$ zjistěte, čemu se rovná

- $e^{-i\alpha} =$
- $\cos(x) =$
- $\sin(x) =$
- $\cos(a + b) =$
- $\sin(a + b) =$

4) Určete reálné a imaginární části u

- $(3 + 4i) + i(4 + 5i) + (2 + 3i)(4 + 5i)^2$
- $\cos(i)$
- $\tan(3 + 4i)$
- e^{3+4i}
- $\sqrt{1 + 2i}$
- $\ln(3 + 4i)$
- $\arccos(3)$
- i^i

5) Spočítejte

1. $\overline{12 + 7i}$

2. $\overline{2i(\frac{1}{2} - i)}$

6) Napište ve formě $a + ib$

1. $3e^{\frac{3\pi}{4}i}$

2. $12e^{-\frac{22\pi}{3}i}$

3. $19e^{\frac{14\pi}{2}i}$

4. $e^{\frac{2\pi}{3}i} + e^{\frac{4\pi}{3}i} + e^{\frac{6\pi}{3}i}$

7) Napište ve formě $re^{i\alpha}$

1. $4 - 4i$

2. $-32i$

3. $7\sqrt{3} - 7i$

4. $-2 - 2\sqrt{3}$

8) Vypočítejte x

1. $x^{12} = 1$

2. $x^3 = -1$

3. $x^4 = 2$

4. $x^5 = 32$