Kombinatorika a grafy III - 11.11. CV 4

Szemerédiho regularity lemma

Příklad 1:

Dokažte removal lemma pro K_4. Removal lemma říká $\forall\epsilon\exists\delta\forall$ graf G na n vrcholech platí alespoň jedno z následujících:

- G obsahuje alespoň δn^4 podgrafů izomorfnich K_4
- $\exists F \subseteq E(G)$, že $G\mathbb{F}$ nebosahuje K_4 a $|F| \leq \epsilon n^2$.

Nápověda:

Má se to dělat podobně jako na přednášce, ale v jednu chvíli je potřeba použít nějaký trik navic.

Řešení:

Příklad 2:

Dokaže, že pro každé d, k existují ϵ, n, že každá ϵ-regulární dvojice (A, B), kde $|A| = |B| \leq n$ a počet hran mezi A a B je alespoň $d|A||B|$, obsahuje $K_{k,k}$.

Nápověda:

n je nějaké hodně exponenciální

Řešení:

Plus mínus něco jako vezmi vrchol v A a najdeš hodně vrcholů v B, se kterými sousedí. Ostatní z B zahoď a tohle dělej pořád dokola a nakonec najdeš k vrcholů v A a z vyhazování pořád alespoň k vrcholů zůstane v B.

Příklad 3:

Dokažte, že pro každé m a $d > 0$ existuje n_0, že každý graf s $n > n_0$ vrcholy a alespon dn^2 hranami obsahuje úplný bipartitní graf $K_{m,m}$.

Nápověda:

Předchozí příklad by měl inspirovat.

Řešení:
